PART2　同じものを含む順列

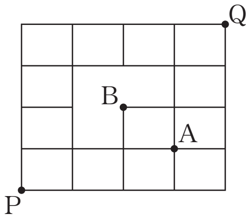
2　[1]　mathematics の 11 文字から 4 文字選んで並べる方法は何通りあるか。

[2]　右の図の P 地点から Q 地点に至る最短経路について次の問いに答えよ。

(1)　A 地点を通る経路は何通りあるか。

(2)　B 地点を通る経路は何通りあるか。

(3)　最短経路は全部で何通りあるか。



Point Pickup

n 個のもののうち，p 個，q 個，r 個，……　がそれぞれ同じものであるとき，これら n 個のものすべてを 1 列に並べる順列の総数は

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}\quad \text{ただし}\quad p+q+r+\cdots\cdots=n$$

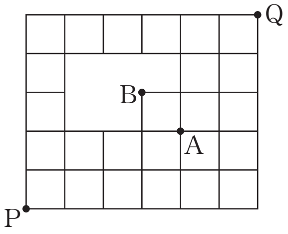
また，この総数の求め方として，1 列に並んだ場所から，同じものを並べる位置を順次決める方法もある。

第 3 講　PART2　確認問題

1 internet の 8 文字から 4 文字選んで並べる方法は何通りあるか。

アイウ 通り

2 右の図の P 地点から Q 地点に至る最短経路について，次の問いに答えよ。



(1)　A 地点を通る経路は何通りあるか。

エオカ 通り

(2)　B 地点を通る経路は何通りあるか。

キク 通り

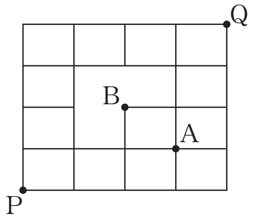
(3)　最短経路は全部で何通りあるか。

ケコサ 通り

PART2　同じものを含む順列

2　［1］ mathematics の 11 文字から 4 文字選んで並べる方法は何通りあるか。

［2］ 右の図の P 地点から Q 地点に至る最短経路について次の問いに答えよ。



(1) A 地点を通る経路は何通りあるか。

(2) B 地点を通る経路は何通りあるか。

(3) 最短経路は全部で何通りあるか。

［1］ mathematics の 11 文字には，m，a，t が 2 個ずつ，h，e，i，c，s が 1 個ずつ含まれている。選ぶ 4 文字について，以下の場合がある。

(i) 同じ文字 2 個を 2 組含む場合

使う文字の種類は m，a，t から 2 種類選ぶ方法で　${}_3C_2=3$（通り）

選んだ文字に対する順列の総数は　$\dfrac{4!}{2!2!}=6$（通り）

よって，この場合の総数は　$3\times6=18$（通り）

(ii) 同じ文字 2 個を 1 組のみ含む場合

使う文字の種類は，m，a，t から 1 種類選び，それを 2 個使う文字とし，m，a，t のうち選ばなかった 2 種類と h，e，i，c，s の 5 種類の計 7 種類から 2 種類選ぶ方法で

$${}_3C_1\times{}_7C_2=3\times21=63\text{（通り）}$$

選んだ文字に対する順列の総数は　$\dfrac{4!}{2!}=12$（通り）

よって，この場合の総数は　$63\times12=756$（通り）

(iii) すべて異なる文字の場合

m，a，t，h，e，i，c，s の 8 種類から 4 種類選んで並べる方法で

$${}_8P_4=1680\text{（通り）}$$

(i)～(iii)より，求める順列の総数は　$18+756+1680=2454$（通り）

［2］　右へ１区画進むことを→，上へ１区画進むことを↑と表す。

(1)　P から A までの最短経路は→３個，↑１個の順列で表され，A から Q までの最短経路は→１個，↑３個の順列で表される。

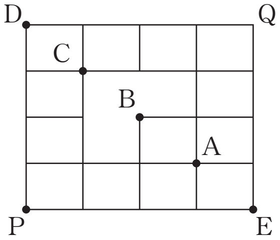
よって，求める経路の総数は　$\dfrac{4!}{3!1!}\times\dfrac{4!}{1!3!}=4\times4=16$（通り）

(2)　P から B まで，B から Q までの最短経路はそれぞれ

$\dfrac{3!}{2!1!}\times1=3$（通り），$1\times\dfrac{3!}{1!2!}=3$（通り）

よって，求める経路の総数は　$3\times3=9$（通り）

(3)　右図のように点 C，D，E を定めると，P から Q までの最短経路は，A，B，C，D，E 地点それぞれいずれかを通る場合に分けられる。



C 地点を通る経路は　$\dfrac{4!}{1!3!}\times\dfrac{4!}{3!1!}=4\times4=16$（通り）

D 地点を通る経路は　$1\times1=1$（通り）

E 地点を通る経路は　$1\times1=1$（通り）

よって，求める経路の総数は　$16+9+16+1+1=43$（通り）

第 3 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイウ：354

[解説]

internet の 8 文字には，e，n，t が 2 個ずつ，i，r が 1 個ずつ含まれている。[A]

選ぶ 4 文字について，以下の場合がある。

(i)　同じ文字 2 個を 2 組含む場合　□□○○ [B]

使う文字の種類は e, n, t から 2 種類選ぶ方法で

$_3C_2=3$（通り）

選んだ文字に対する順列の総数は

$$\frac{4!}{2!2!}=6\text{（通り）}$$

よって，この場合の総数は　$3\times6=18$（通り）

(ii)　同じ文字 2 個を 1 組のみ含む場合　□□○△

使う文字の種類は，e，n，t から 1 種類選び，それを 2 個使う文字とし，e，n，t のうち選ばなかった 2 種類と i，r の 2 種類の計 4 種類から 2 種類選ぶ方法で　$_3C_1\times{}_4C_2=18$（通り）

選んだ文字に対する順列の総数は

$$\frac{4!}{2!}=12\text{（通り）}$$

よって, この場合の総数は　$18\times12=216$（通り）

(iii)　すべて異なる文字の場合　□○△◇

e，n，t，i，r の 5 種類から 4 種類選んで並べる方法で　$_5P_4=120$（通り）

(i)～(iii)より，求める順列の総数は

$18+216+120=$ **354**（通り）

[A]　同じものを含む順列
n 個のもののうち，p 個，q 個，r 個，……がそれぞれ同じものであるとき，これら n 個のものすべてを 1 列に並べる順列の総数は

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$$

ただし $p+q+r+\cdots\cdots=n$

[B]　4 文字だけ使うから，同じものをいくつ含むかで場合分けをする。

2 **[正解]** **エオカ**：150，**キク**：60，**ケコサ**：272

[解説]

右へ１区画進むことを→，上へ１区画進むことを↑と表す。

(1)　P から A までの最短経路は→４個，↑２個の順列で表され，A から Q までの最短経路は→２個，↑３個の順列で表される。

よって，求める経路の総数は

$$\frac{6!}{4!2!}\times\frac{5!}{2!3!}=15\times10=\mathbf{150}\ (\text{通り})$$

(2)　P から B までの最短経路は

$$\frac{5!}{3!2!}\times1=10\ (\text{通り})$$

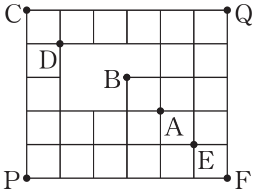
B から Q までの最短経路は

$$1\times\frac{4!}{2!2!}=6\ (\text{通り})$$

よって，求める経路の総数は

$$10\times6=\mathbf{60}\ (\text{通り})$$

(3)　右図のように点 C，D，E，F を定めると，P から Q までの最短経路は，



[C]

A, B, C, D, E, F 地点のいずれかを通る場合に分けられる。

C 地点を通る経路は　$1\times1=1$（通り）

D 地点を通る経路は

$$\frac{5!}{1!4!}\times\frac{6!}{5!1!}=5\times6=30\ (\text{通り})$$

E 地点を通る経路は

$$\frac{6!}{5!1!}\times\frac{5!}{1!4!}=6\times5=30\ (\text{通り})$$

F 地点を通る経路は　$1\times1=1$（通り）

よって，求める経路の総数は

$$150+60+1+30+30+1=\mathbf{272}\ (\text{通り})$$

[C]　与えられた経路図では通れない領域があるから，左の図のように斜めに点をとって場合分けをすればよい。